

## PENGENDALIAN PERSEDIAAN BARANG JADI MULTI ITEM DENGAN METODE LAGRANGE MULTIPLIER (STUDI KASUS PADA DEPO ES KRIM PERUSAHAAN “X” DI MAGELANG)

**Agus Setiawan, Enty Nur Hayati**

Program Studi Teknik Industri Fakultas Teknik UNISBANK

Jl Trilomba Juang No. 1, Semarang

E-mail : asetmail@gmail.com E-mail : enty\_nur@yahoo.co.id

### Abstrak

*Perusahaan “X” adalah Cabang Distributor es krim Campina di Magelang. Perusahaan mengelola 13 jenis produk jadi (multi item). Di perusahaan ini, sering terjadi kondisi overstock atau kelebihan persediaan pada produk jenis tertentu dan kondisi stockout atau kekurangan persediaan pada produk jenis tertentu pula. Hal ini terjadi karena untuk masing-masing produk dengan berbagai tipe/jenis tersebut memiliki tingkat penjualan yang berbeda-beda. Perusahaan “X” mengelola 13 jenis es krim yang siap dipasarkan. Kendala yang dihadapi untuk penyimpanan es krim adalah ruang penyimpanan dan biaya persediaan. Untuk menetapkan jumlah pemesanan es krim pada perusahaan “X” menggunakan metode Lagrange Multiplier. Jumlah pemesanan optimal untuk 13 jenis es krim yaitu (1) Fantasi Orange Grape = 327 unit, (2) Viola = 127 unit, (3) Fantasy = 148 unit, (4) Big Time = 84 unit, (5) Didi Cup = 129 unit, (6) Hula-hula = 114 unit, (7) Olympia Cup = 176 unit, (8) Tropicana = 153 unit, (9) Heart = 86 unit, (10) Double Stick = 106 unit, (11) Double Cone = 100 unit, (12) Bazzoka Vanilla = 57 unit dan (13) Bazzoka Coklat = 69 unit. Jumlah pemesanan ini menghasilkan biaya persediaan/nilai total omset baru sebesar Rp 5.700.302,00 dan volume ruang terpakai sebesar 92.819 ml.*

***Kata Kunci** : pengendalian persediaan, produk multi item, metode Lagrange Multiplier*

## I. PENDAHULUAN

### Latar Belakang

Suatu perusahaan, baik itu yang bergerak di bidang industri manufaktur atau jasa, pasti akan selalu berusaha untuk tetap eksis dan berjalan dalam rangka pencapaian tujuan perusahaan yaitu tetap memproduksi dengan memperoleh keuntungan yang maksimal. Kebijakan-kebijakan dari perusahaan akan sangat menentukan kondisi tersebut. Salah satu kebijakan yang perlu dilakukan adalah menerapkan aktivitas perencanaan dan pengendalian produksi. Salah satu bagian penting dalam perencanaan dan pengendalian produksi adalah pengendalian persediaan. Dikatakan penting karena dengan pengendalian persediaan, perusahaan dapat menentukan kebijakan dalam membeli atau membuat dan menyimpan item dalam jumlah yang optimal dengan biaya ekonomis.

Penelitian yang dilakukan di Cabang Distributor es krim Campina Perusahaan “X” di Magelang. Dalam kegiatan produksinya perusahaan tersebut hanya mengelola produk jadi dalam jumlah banyak dan terdiri dari berbagai jenis produk (*multi item*). Produk jadi tersebut dalam kondisi siap dipasarkan, yang sebelumnya harus mendapat perlakuan penyimpanan untuk persediaan kebutuhan penjualan pada waktu selanjutnya dalam jangka waktu tertentu. Di perusahaan ini, sering terjadi kondisi *overstock* atau kelebihan persediaan pada produk jenis tertentu dan kondisi *stockout* atau kekurangan persediaan pada produk jenis tertentu pula. Hal ini terjadi karena untuk masing-masing produk dengan berbagai tipe/jenis tersebut memiliki tingkat penjualan yang berbeda-beda.

### Rumusan Masalah

Permasalahan yang perlu dirumuskan dalam penelitian ini adalah:  
“Bagaimana metode Lagrange Multiplier sebagai sistem perencanaan persediaan produk multi item es krim Campina perusahaan “X” di Magelang dapat mengantisipasi kendala ruang penyimpanan dan biaya persediaan, sehingga diperoleh jumlah pemesanan yang optimal?”

### Tujuan Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk menganalisis sistem perencanaan dan pengendalian persediaan produk jadi *multi-item* es krim Campina perusahaan “X” di Magelang yang optimal berdasarkan kendala kapasitas ruang penyimpanan dan biaya persediaan melalui metode Lagrange Multiplier.

## Asumsi-asumsi

Asumsi-asumsi yang digunakan antara lain:

- Penelitian ini hanya melibatkan item produk es krim Campina dari hasil penjualannya di perusahaan "X" Magelang.
- Perhitungan biaya-biaya persediaan dalam rentang waktu mingguan dengan satu bulan ada 4 (empat) minggu.
- Jumlah hari kerja dalam satu bulan adalah setiap hari.
- Jumlah biaya yang digunakan setiap ada pemesanan dianggap tersedia.
- Gudang penyimpanan produk dianggap dapat menampung jumlah produk yang dipesan.
- Dalam penelitian ini tidak akan membahas struktur organisasi perusahaan dan aspek finansialnya, walaupun ada keterkaitan dengan persediaan. Jadi, penelitian ini hanya dibatasi pada data-data harga produk, biaya penyimpanan, biaya pemesanan, dan batasan ruang gudang penyimpanan.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### Persediaan

Taylor III (2005) menyebutkan persediaan (*inventory*) merupakan stok barang yang disimpan oleh suatu perusahaan untuk memenuhi permintaan pelanggan. Umumnya setiap jenis perusahaan memiliki berbagai bentuk persediaan. Berdasarkan jenis dan posisi barang dalam urutan pengerjaan produk, persediaan dapat dibagi menjadi lima macam, yaitu: a. Persediaan bahan baku., b. Persediaan komponen produk atau *parts* yang dibeli, c. Persediaan bahan-bahan pembantu atau barang-barang perlengkapan, d. Persediaan barang setengah jadi, e. Persediaan barang jadi.

### Biaya-Biaya Persediaan

Biaya-biaya persediaan ini timbul karena adanya rencana persediaan dalam perusahaan untuk memperlancar kegiatan produksi. Menurut Sumayang, L (2003), biaya-biaya akibat pengelolaan persediaan dibedakan menjadi enam, yaitu: *cost item* atau harga barang per unit, *ordering cost* atau biaya pemesanan, *holding cost* atau biaya penyimpanan, *stockout cost* atau biaya kekurangan persediaan, biaya resiko kerusakan dan kehilangan persediaan dan *safety stock* atau biaya persediaan pengaman.

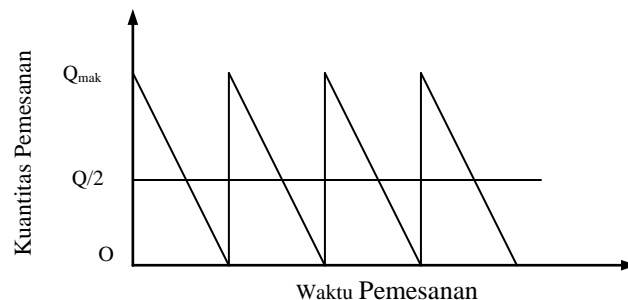
### Model-Model Persediaan

Menurut Taha, H.A. (2002), secara umum model persediaan dapat dikelompokkan menjadi dua bagian:

- Model Deterministik. Contoh model yang dipakai adalah model *Economic Order Quantity* (EOQ) dan pemesanan barang multi-item dengan Metode Lagrange Multiplier.
- Model Stokastik (Probabilistik). Contoh dari model ini antara lain adalah model pengendalian persediaan Sistem P dan Sistem Q. Model ini dibagi lagi menjadi dua yaitu *probabilistic static* dan *probabilistic dynamic*.

### Model Persediaan EOQ, Deterministik

Model EOQ merupakan model persediaan yang sederhana yang bertujuan untuk menentukan ukuran pemesanan yang ekonomis dan dapat meminimumkan biaya total persediaan. Menurut Render dan Heizer (2001), model ini dapat diterapkan apabila terdapat asumsi-asumsi adalah kebutuhan permintaan adalah tetap dan diketahui, *lead time* (waktu tunggu) adalah tetap, harga beli per unit tetap, biaya simpan dan biaya setiap kali pesan tetap, diskon kuantitas tidak diperkenankan dan tidak terjadi kekurangan persediaan atau *back order*. Model ini dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.1 Grafik Siklus Persediaan Sederhana

Jika D adalah jumlah permintaan, dalam kasus ini per minggu, Q adalah kuantitas pesanan, dan S adalah biaya setiap kali pesan, maka biaya pemesanan per minggu dirumuskan:

$$\text{Biaya pemesanan per minggu} = S \frac{D}{Q} \dots\dots\dots (2.1)$$

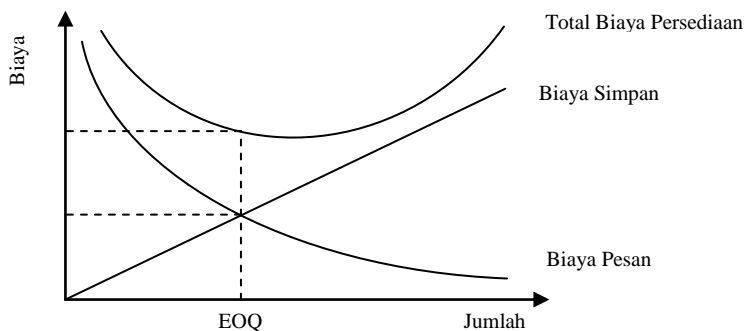
Biaya simpan dapat dirumuskan:

$$\text{Biaya penyimpanan} = H \frac{Q}{2} \dots\dots\dots (2.2)$$

Berdasarkan persamaan (2.1) dan persamaan (2.2) maka dapat dirumuskan sebagai:

$$\text{Biaya persediaan per minggu (TC)} = S \frac{D}{Q} + H \frac{Q}{2} \dots\dots\dots (2.3)$$

Hubungan dari ketiga persamaan tersebut dapat dilihat dalam Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Kurva Biaya Persediaan

Dari Gambar 2.2 dapat diilustrasikan bahwa total biaya persediaan akan mencapai nilai minimum pada saat biaya simpan dan biaya pesan mencapai titik yang sama, sehingga titik minimal kurva biaya total dapat dicari dengan turunan TC terhadap Q sama dengan 0, yaitu:

$$\frac{\delta TC}{\delta Q} = 0 \dots\dots\dots (2.4)$$

$$\frac{\delta SD}{\delta Q^2} + \frac{\delta HQ}{\delta Q \cdot Q} = 0 \dots\dots\dots (2.5)$$

$$\frac{H}{2} - \frac{SD}{Q^2} = 0 \dots\dots\dots (2.6)$$

$$\frac{H}{2} = \frac{SD}{Q^2} \dots\dots\dots (2.7)$$

sehingga diperoleh

$$Q^2 = \frac{2SD}{H} \dots\dots\dots (2.8)$$

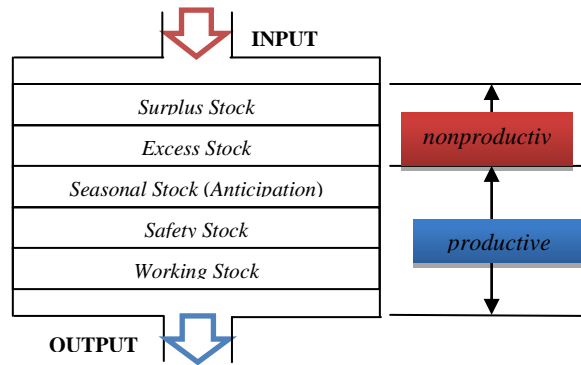
$$Q = \sqrt{\frac{2SD}{H}} \dots\dots\dots (2.9)$$

keterangan:

- D = jumlah permintaan per periode (unit)
- H = IP, biaya simpan per periode (Rp/unit/periode)
- S = biaya pemesanan per periode (Rp/pesan)
- Q = kuantitas pesanan yang optimal (unit)
- P = harga satuan unit (Rp/unit)
- I = biaya simpan dalam prosentase persediaan (%)

**Sistem Persediaan Produk Multi Item dengan Kendala**

Dalam dunia industri, banyak model persediaan yang digunakan untuk mengelola persediaan lebih dari satu tipe produk (multi item), karena banyak perusahaan yang hanya memiliki satu tempat penyimpanan dan sering digunakan untuk menyimpan lebih dari satu tipe produk. Gambar 2.3 merupakan ilustrasi model persediaan produk jadi.



Gambar 2.3 Skema Sistem Persediaan Produk Jadi

Permasalahan ini diformulasikan melalui model optimasi dengan pembatas dan penyelesaiannya menggunakan Metode Lagrange Multiplier. Dalam penerapannya metode ini hanya mengacu kepada satu atau dua kendala. Kasus ini pendekatan awalnya akan mempertimbangkan permasalahan anggaran biaya dengan menghendaki pada banyak titik solusi, namun total investasi dalam persediaan tidak melebihi B satuan uang yang diwakili oleh formulasi:

$$\sum_{i=1}^n C_i Q_i \leq B \dots\dots\dots (2.10)$$

dengan

- $C_i$  = harga satuan unit item produk i dalam rupiah
- $Q_i$  = kuantitas pesanan optimal item produk i dalam unit
- $B$  = besarnya investasi dalam persediaan dalam rupiah

Jika n adalah jumlah item, maka tujuan dari penyelesaian permasalahan ini adalah untuk meminimisasi total biaya persediaan per periode. Sebagai langkah awal maka perlu dicari kuantitas pemesanan paling optimal dengan mengabaikan adanya konstrain atau kendala, sehingga untuk mendapatkan nilai  $Q_i^*$  digunakan formulasi:

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2A_i D_i}{a C_i}} \dots\dots\dots (2.11)$$

Dari perhitungan melalui persamaan (2.11), cek kondisinya dengan mensubstitusikan nilai  $Q_i^*$  pada persamaan (2.10). Apabila nilai  $Q_i^*$  belum memuaskan, maka metode Lagrange mulai digunakan. Permasalahan ini dapat diselesaikan dengan mengembangkan Lagrange Expression (LE) atau persamaan Lagrange, yakni:

$$LE(Q_i, \lambda) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{A_i D_i}{Q_i} + \frac{a}{2} C_i Q_i \right) + \lambda (\sum_{i=1}^n C_i Q_i - B) \dots\dots\dots (2.12)$$

Notasi  $\lambda$  adalah faktor pengali Lagrange. Dengan mengambil turunan atau derivatif dari persamaan (2.12) yang dikondisikan pada nilai  $Q_i$ ,  $\lambda$ , dan menyelesaikan persamaan tersebut dengan ruas kanan disamadengankan nol, maka diperoleh formulasi:

$$Q_{L_i}^* = \sqrt{\frac{2 A_i D_i}{C_i (a + 2\lambda^*)}} \dots\dots\dots (2.13)$$

nilai  $Q_{L_i}^*$  adalah kuantitas pemesanan optimal yang diperoleh dari penggunaan metode Lagrange. Harga dari  $\lambda^*$  dapat diperoleh dengan formulasi:

$$\lambda^* = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{B} \sum \sqrt{2 A_i D_i C_i} \right)^2 - \frac{a}{2} \dots\dots\dots (2.14)$$

kemudian mensubstitusikannya ke persamaan (2.13) dan akan memberikan persamaan:

$$Q_{L_i}^* = \frac{B}{\sum_{i=1}^n C_i Q_i^*} \quad Q_i^* = \frac{B}{E} Q_i^* \dots\dots\dots (2.15)$$

Untuk  $Q_i^*$  dicari dengan persamaan (2.11) dan E dicari dengan persamaan:

$$E = \sum_{i=1}^n C_i Q_i^* \dots\dots\dots (2.16)$$

sedangkan untuk kendala ruang penyimpanan, total ruang penyimpanan dihitung dengan formulasi:

$$\sum_{i=1}^n F_i Q_{L_i}^* \leq S - S_a \dots\dots\dots (2.17)$$

Selanjutnya, untuk mencari total investasi dari perhitungan Lagrange dikondisikan pada total investasi dari kebijakan perusahaan dan dapat dicari dengan formulasi:

$$\sum_{i=1}^n C_i Q_{L_i}^* \leq B \dots\dots\dots (2.18)$$

keterangan:

$C_i$ = harga item per unit dalam rupiah	$Q_i$ = kuantitas pemesanan hasil peramalan dalam unit
$A_i$ = biaya pengadaan atau pemesanan per item dalam rupiah	$\lambda^*$ = faktor pengali Lagrange
$D_i$ = permintaan hasil peramalan dalam unit	$A$ = biaya penyimpanan inventori dalam persentase
$B$ = investasi maksimum yang diijinkan di perusahaan dalam rupiah	$S$ = kapasitas gudang
$E$ = total investasi persediaan tanpa konstrain dalam rupiah	$S_a$ = kapasitas persediaan akhir
$Q_i^*$ = kuantitas pemesanan optimal tanpa konstrain dalam unit	$Q_{Li}^*$ = kuantitas pemesanan optimal dengan Lagrange dalam unit

### III. PEMBAHASAN DATA

Jenis es krim Campina yang dikelola untuk dipasarkan kembali oleh *Stock Point* Barokah terdiri dari 13 jenis yaitu Petit Grape, Liliput n'Nut, Fantasy, Concerto, Didi Cup, Hula-hula, SpongeBob Stick, Tropicana Cup, Heart, Double Stick, Avatar Caramel, Bazzoka Cashew Nut, dan Bazzoka Hazelnut. Ruang penyimpanan es krim terdiri dari tiga *freezer* dengan kapasitas penyimpanan 150 liter. Saat proses pendistribusian digunakan *dry ice* sebagai pengawet yang langsung dibawa satu paket dengan es krim dari agen Campina Yogyakarta. Pemasaran kembali es krim dilakukan melalui penjualan di perusahaan dan armada pemasaran keliling. Perusahaan "X" memiliki 13 unit *three-cycle* dengan *hawker* resmi sebanyak 13 orang. Data penjualan es krim Campina adalah sekumpulan data penjualan es krim di Perusahaan "X" dengan jangka waktu mingguan yang dihitung mulai bulan Januari 2011 sampai dengan bulan Desember 2011, yang diperoleh dari bagian pemasaran.

#### ANALISA

Tabel 4.1 Hasil Peramalan dengan Kriteria MAD Terkecil untuk Minggu Pertama Bulan Januari 2012

Jenis Produk	Hasil Peramalan Penjualan	Jenis Produk	Hasil Peramalan Penjualan
Fantasy Orange Grape	539,4116	Tropicana	189,0000
Liliput n'Nut	122,5860	Heart	73,9174
Didi Straw Chocolate	149,4992	Avatar New Face	99,8855
Spongebob Stick	106,9206	Avatar Dual Cone	100,3283
Didi Cup	147,6187	Bazzoka Cashew Nut	73,3986
Hula-hula	98,9104	Concerto	71,9128
Avatar Double Stick	195,0000		

Sumber: Hasil Pengolahan Data, 2012

Pengendalian persediaan ini akan menentukan tingkat persediaan yang seharusnya dilakukan dengan mempertimbangkan jumlah dan jenis es krim Campina, serta luas ruang penyimpanan (*freezer* atau *kelvinator*), sehingga jumlah es krim untuk tiap item nantinya tidak akan selalu sama karena pertimbangan kendala luas ruang dan biaya persediaan.

Setelah diketahui nilai EOQ masing-masing item produk, maka nilai EOQ tersebut disubstitusikan ke dalam konstrain. Jika hasil perhitungan memuaskan, maka tidak perlu diselesaikan dengan metode Lagrange multi item. Namun, jika hasil perhitungan tidak memuaskan, maka dilakukan penyelesaian melalui metode Lagrange multi item.

Tabel 4.2 Hasil Perhitungan EOQ/Q\* untuk masing-masing item

Jenis Produk	Hasil EOQ/Q* (unit)	Jenis Produk	Hasil EOQ/Q* (unit)
Fantasy Orange Grape	344	Tropicana	161
Liliput n'Nut	134	Heart	90
Didi Straw Chocolate	156	Avatar New Face	112
Spongebob Stick	88	Avatar Dual Cone	105
Didi Cup	136	Bazzoka Cashew Nut	60
Hula-hula	120	Concerto	73
Avatar Double Stick	185		

Sumber: Hasil Pengolahan Data, 2012

Dari perhitungan  $Q^*$  dengan menggunakan metode EOQ tersebut, kemudian dihitung total omset untuk persediaan yang baru. Dari perhitungan diperoleh nilai investasi persediaan baru sebesar (E) Rp 6.003.493,00 dan nilai investasi persediaan ini lebih besar dari nilai omset lama (B) Rp 5.700.302,08. Hal ini menunjukkan kondisi belum memuaskan, maka penyelesaiannya dilanjutkan ke metode Lagrange.

Tabel 4.3 Hasil Perhitungan EOQ dengan metode Lagrange/ $Q_{Li}^*$  untuk masing-masing item

Jenis Produk	Hasil EOQ/ $Q_{Li}^*$ (unit)	Jenis Produk	Hasil EOQ/ $Q_{Li}^*$ (unit)
Fantasy Orange Grape	327	Tropicana	153
Liliput n'Nut	127	Heart	86
Didi Straw Chocolate	148	Avatar New Face	106
Spongebob Stick	84	Avatar Dual Cone	100
Didi Cup	129	Bazzoka Cashew Nut	57
Hula-hula	114	Concerto	69
Avatar Double Stick	176		

Sumber: Hasil Pengolahan Data, 2012

Dari perhitungan tersebut dihasilkan kuantitas  $Q^*_{Lagrange}$  yang selanjutnya akan digunakan untuk mencari nilai total investasi persediaan yang baru dengan metode Lagrange. Dari perhitungan, diperoleh nilai investasi persediaan baru ( $E_{Lagrange}$ ) sebesar Rp 5.700.302,00 sehingga terjadi kondisi nilai  $E_{Lagrange}$  sama dengan nilai investasi persediaan awal (B) sebesar Rp 5.700.302,08. Ini menunjukkan bahwa perhitungan dengan konstrain biaya memberikan hasil yang memuaskan, namun untuk memastikan keakuratan metode ini perlu dilakukan perhitungan konstrain ruang.

Dari hasil perhitungan tersebut dihasilkan kapasitas ruang terpakai sebesar 92.819 ml atau 92,819 liter, sedangkan kapasitas ruang terpakai yang tersedia di gudang sebesar 110,635 liter, sehingga kuantitas produk yang dihitung menggunakan metode Lagrange masih bisa ditampung di tempat penyimpanan atau freezer yang tersedia. Total biaya persediaan dengan metode Lagrange sebesar Rp 140.743,00. Dengan demikian, penghematan yang diperoleh dengan metode Lagrange untuk total biaya persediaan sebesar 26,50%.

#### IV. SIMPULAN

Dari hasil pengolahan dan analisis data, maka dapat ditarik simpulan bahwa dari perhitungan dengan metode Lagrange dihasilkan jumlah pemesanan optimal (Q) produk es krim Campina untuk periode minggu pertama bulan Januari 2012 adalah (1) Fantasi Orange Grape = 327 unit, (2) Viola = 127 unit, (3) Fantasy = 148 unit, (4) Big Time = 84 unit, (5) Didi Cup 129 unit, (6) Hula-hula = 114 unit, (7) Olympia Cup = 176 unit, (8) Tropicana = 153 unit, (9) Heart = 86 unit, (10) Double Stick = 106 unit, (11) Double Cone = 100 unit, (12) Bazzoka Vanilla = 57 unit dan (13) Bazzoka Coklat = 69 unit.

#### V. DAFTAR PUSTAKA

- Assauri, S, 1993, *Manajemen Produksi dan Operasi, Edisi 4*, Lembaga Penerbitan Fakultas Ekonomi, UI. Jakarta
- Dervitsiotis, K.N. 1984. *Operations Management: International Student Edition. 2<sup>nd</sup> Printing*. McGraw-Hill International Book Company. Singapore
- Elsayed, A.E. dan Boucher, O.T. (19XX). *Analysis and Control of Production System. 2<sup>nd</sup> Edition*. Prentice Hall International Series in Industrial Engineering. London
- Ernawati, Y dan Sunarsih. 2008. *Sistem Pengendalian Persediaan Model Probabilistik dengan Back Order Policy*. Jurnal Matematika Vol. 11, No.2, Agustus 2008: 87-93
- Handoko, T.H. 1995. *Dasar-dasar Produksi dan Operasi. Edisi Pertama*. BPFE. Yogyakarta
- Hantoro, S. 1993. *Perencanaan dan Pengendalian Produksi*. Penerbit UPP IKIP. Yogyakarta
- Render dan Heizer. 2001. *Prinsip-prinsip Manajemen Operasi. Edisi 8*. Penerbit Salemba Empat. Jakarta
- Sumayang, L. 2003. *Dasar-dasar Manajemen Produksi & Operasi*. Penerbit Salemba Empat. Jakarta
- Taylor III, B.W. 2005. *Sains Manajemen. Edisi 8*. Penerbit Salemba Empat. Jakarta