

MULTIPATH FADING RAYLEIGH MENGUNAKAN MODEL AUTOREGRESSIVE DAN INTERPOLATOR

Aryo Baskoro Utomo

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Semarang

Kampus UNNES Sekaran Gunungpati, Semarang 50229.

Email: aryobaskoro@mail.unnes.ac.id

Abstrak

Fading Rayleigh merupakan pendekatan realistis kondisi kanal pada sistem komunikasi wireless dimana propagasi sinyal non line of sight antara transmitter dan receiver. Beberapa metode telah dikembangkan untuk mensimulasikan fading Rayleigh ini. Salah satu metode untuk mensimulasikan fading Rayleigh adalah melalui pemfilteran variabel Gaussian independen. Tujuan penelitian adalah membangkitkan data fading terdistribusi Rayleigh menggunakan model autoregressive (AR) yang dipadukan dengan sebuah interpolator. Interpolator dikombinasikan dengan simulator fading Rayleigh untuk mengakomodasi frekuensi Doppler yang berbeda sehingga koefisien filter tidak perlu untuk diubah. Interpolator bekerja menggunakan interpolasi linier. Data fading Rayleigh yang dibangkitkan dianalisis berdasarkan distribusi, mean square error (MSE), autokorelasi dan cross-korelasi. Simulasi dilakukan menggunakan MATLAB dan diimplementasi secara non-real time untuk sistem komunikasi BPSK dan QPSK, dimana multipath fading berdasarkan model parameter kanal SUI 4, SUI 5, dan SUI 6. Dari hasil pengujian diperoleh bahwa histogram data fading Rayleigh yang dibangkitkan menggunakan filter AR dan interpolator secara visual memiliki distribusi yang mendekati nilai teoritis, MSE disekitaran $0,15 \times 10^{-6}$. Penggunaan interpolator tidak merubah distribusi data fading, mean dan standar deviasi tetap. Beda MSE dari data fading yang dibangkitkan langsung menggunakan filter AR terhadap kombinasi filter AR dan interpolator $\pm 0,001 \times 10^{-6}$. Hal ini menunjukkan bahwa penggunaan interpolator akan memberikan kepraktisan dalam membangkitkan data fading dengan frekuensi Doppler berapapun tanpa harus mendesain ulang filter AR.

Kata kunci: AR, interpolator, multipath fading, Rayleigh

1. PENDAHULUAN

Karakteristik kanal *wireless* ditentukan oleh adanya propagasi *multipath*. Sinyal yang ditransmisikan oleh suatu antena pemancar akan tersebar atau terhambur (*scattered*) oleh berbagai objek (benda) di lingkungan sepanjang perjalanan sinyal tersebut mencapai antena penerima. Sebuah sinyal yang dikirim pada akhirnya akan terduplikasi menjadi beberapa sinyal dimana tiap sinyal tersebut akan tiba di penerima dengan waktu, amplitudo, polaritas, sudut kedatangan, maupun frekuensi yang berbeda-beda (Rappaport, 1996).

Model kanal *fading* Rayleigh dijadikan sebagai pendekatan realistis kondisi kanal pada sistem komunikasi *wireless* dimana propagasi sinyal terjadi secara *non line of sight* antara *transmitter* dan *receiver* (Rappaport, 1996). Beberapa metode telah dikembangkan untuk mensimulasikan *fading* Rayleigh, yaitu metode “*Sum of Sinusoid*” (Zheng dan Xiao, 2003), metode IFFT (Young dan Beaulieu, 2000), dan pemfilteran variabel Gaussian independen (Baddour dan Beaulieu, 2005 dan Komninakis, 2003). Salah satu metode pemfilteran variabel Gaussian independen untuk mensimulasikan *fading* Rayleigh adalah menggunakan filter *autoregressive* (AR) (Baddour dan Beaulieu, 2005). Filter *autoregressive* memiliki kelebihan dalam hal kemudahan proses komputasi parameter model.

Dari latar belakang tersebut, maka penelitian ini bertujuan untuk mensimulasikan kanal *multipath fading* Rayleigh menggunakan model *autoregressive* yang dipadukan dengan sebuah interpolator. Interpolator disini digunakan untuk mengakomodasi frekuensi Doppler yang berbeda dari sebuah acuan frekuensi Doppler tetap tertentu sehingga koefisien filter AR tidak perlu untuk diubah. Data fading yang diperoleh merupakan hasil interpolasi dari data fading yang dibangkitkan oleh filter AR dengan koefisien filter dan frekuensi Doppler tertentu. Hal ini akan memberikan suatu kepraktisan dalam pembangkitan data fading. Evaluasi diperlukan untuk memastikan data *fading* terdistribusi Rayleigh jika menggunakan perpaduan filter AR dan interpolator.

2. METODOLOGI

Seringkali *fading* Rayleigh dijadikan pendekatan realistis yang cukup baik untuk kondisi kanal *wireless* non-LOS dan *multipath*. Pada *fading* Rayleigh terjadi pengalihan distorsi $h(t)$ dengan sinyal transmisi $s(t)$, sehingga sinyal yang diterima dapat didekati sebesar $y(t) = h(t) \cdot s(t) + n(t)$, dimana $n(t)$ adalah derau (Baddour dan Beaulieu, 2005 dan Komninakis, 2003).

Sebuah simulator kanal *multipath* yang dirancang secara statistika menggunakan fungsi $h(t)$ yang dimodelkan sebagai proses kompleks Gaussian *wide-sense-stationary* (WSS) dengan rata-rata nol. Pemodelan ini akan mengakibatkan amplitudo dan fasa dari sinyal akan terdistribusi secara Rayleigh dan *uniform*, yang umum disebut *fading* Rayleigh. Autokorelasi dari proses acak $h(t)$ yang berada pada frekuensi Doppler (f_d) adalah :

$$R(\tau) = E\{h(t)h^*(t - \tau)\} \sim J_0(2\pi f_d \tau) \quad (1)$$

dimana $J_0(\cdot)$ merupakan fungsi Bessel pertama orde nol. Sedangkan *Power Spectral Density* (PSD) dari proses ini adalah:

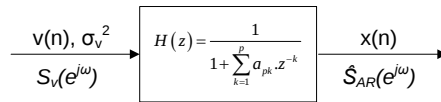
$$S_{hh}(f) = \begin{cases} \frac{1}{\pi f_d} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_d}\right)^2}} & , |f| < f_d \\ 0 & , \text{lainnya} \end{cases} \quad (2)$$

2.1. Model Autoregressive (AR)

Proses acak WSS $x(n)$ dapat dimodelkan sebagai sebuah proses AR orde p , yaitu proses acak yang dihasilkan dengan melewati derau putih $v(n)$ dengan variansi σ_v^2 , melalui sistem linier

dengan fungsi transfer $H(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_{pk} z^{-k}}$. Model AR dapat digambarkan seperti terlihat pada

Gambar 1 (Proakis dan Manolakis, 1996 dan Baddour dan Beaulieu, 2005).



Gambar 1. Model AR

Persamaan perbedaan model AR adalah :

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_{pk} x(n-k) + v(n) \quad (3)$$

Apabila deretan autokorelasi dari $x(n)$ diketahui, $r_x(k) = E\{x(n) \cdot x^*(n-k)\}$, maka proses AR orde p akan memenuhi Persamaan Yule-Walker :

$$r_x(k) + \sum_{l=1}^p a_{pl} \cdot r_x(k-l) = \sigma_v^2 \cdot \delta(k) \quad k \geq 0 \quad (4)$$

Persamaan Yule-Walker dapat dituliskan dalam bentuk matrik sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} r_x(0) & r_x^*(1) & r_x^*(2) & \dots & r_x^*(p) \\ r_x(1) & r_x(0) & r_x^*(1) & \dots & r_x^*(p-1) \\ r_x(2) & r_x(1) & r_x(0) & \dots & r_x^*(p-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(p-1) & r_x(p-2) & r_x(p-3) & \dots & r_x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_{p1} \\ a_{p2} \\ \vdots \\ a_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Varians sinyal output dapat dituliskan berdasar persamaan (5) yaitu :

$$\sigma_x^2 = r_x(0) = -\sum_{k=1}^p a_{pk} r_x(k) + \sigma_v^2 \quad (6)$$

Pemodelan *fading* Rayleigh menggunakan model AR dapat dilakukan dengan menyelesaikan persamaan (5) untuk $k \geq 1$ dan persamaan (6) dengan parameter autokorelasi dari persamaan (1). Sehingga *Power Spectral Density* (PSD) dari proses ini sesuai dengan persamaan (2).

Persamaan-persamaan tersebut dapat dituliskan kembali sebagai :

$$\mathbf{R}\mathbf{a} = -\mathbf{v} \quad (7)$$

dengan

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R(0) & R(1) & R(2) & \dots & R(p-1) \\ R(1) & R(0) & R(1) & \dots & R(p-2) \\ R(2) & R(1) & R(0) & \dots & R(p-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(p-1) & R(p-2) & R(p-3) & \dots & R(0) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{a} = [a_{p1} \ a_{p2} \ a_{p3} \ \dots \ a_{pp}]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{v} = [R(1) \ R(2) \ R(3) \ \dots \ R(p)]^T \quad (10)$$

Dan persamaan untuk menghitung σ_v^2 sebagai berikut :

$$\sigma_v^2 = R(0) + \sum_{k=1}^p a_{pk} \cdot R(k) \quad (11)$$

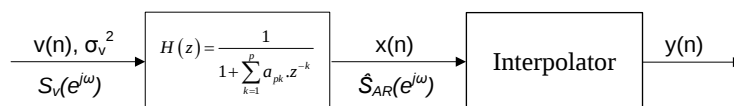
Dalam penyelesaian persamaan Yule Walker kondisi dari matrik autokorelasi penting untuk diperhatikan sehingga didapatkan akurasi penyelesaian. Untuk menghindari terjadinya *ill condition* pada parameter σ_v^2 maka perlu dilakukan penambahan nilai *epsilon*, ε , pada diagonal matrik autokorelasi. Menurut Young dan Beaulieu (2000) nilai epsilon yang perlu ditambahkan ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai epsilon untuk akurasi korelasi AR

f_d	ε
0,001	10^{-5}
0,005	10^{-6}
0,01	10^{-7}
0,05	10^{-8}

2.2. Kombinasi AR dan Interpolator

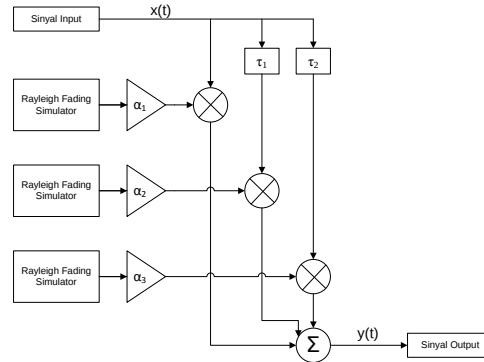
Pembangkitan *fading* Rayleigh dilakukan dengan mengkombinasikan filter AR dengan sebuah interpolator. Interpolator mengakomodasi frekuensi Doppler berbeda (kecil) dari sebuah acuan frekuensi Doppler tetap tertentu tanpa merubah orde filter AR. Gambar 2 menunjukkan kerja interpolator yang akan membangkitkan *fading* Rayleigh dari *fading* Rayleigh yang telah dibangkitkan filter AR. Interpolator bekerja menggunakan interpolasi linier.



Gambar 2. Kombinasi filter AR dan interpolator

2.3. Pemodelan *Multipath Fading*

Sistem *multipath fading* Rayleigh dapat dimodelkan seperti pada Gambar 3. Dibutuhkan beberapa simulator untuk membangkitkan data *fading*, parameter *gain*, dan *delay*. Sebuah sinyal input diduplikasi sebanyak *tap* yang ada (ada tiga *tap* pada Gambar 3) kemudian dilakukan pen-*delay*-an sesuai parameter *delay* masing-masing *tap* dan dikalikan dengan data *fading* yang telah dikuatkan oleh parameter *gain*. Semua sinyal di tiap *tap* kemudian dijumlahkan.



Gambar 3. Diagram blok model kanal *multipath fading*

Dalam implementasi digunakan parameter kanal SUI (*Stanford University Interim*), dalam hal ini kanal SUI yang digunakan adalah kanal SUI yang setiap *tap*-nya memiliki *envelope fading* terdistribusi Rayleigh yaitu SUI 4 hingga SUI 6.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Pengujian Distribusi Data *Fading*

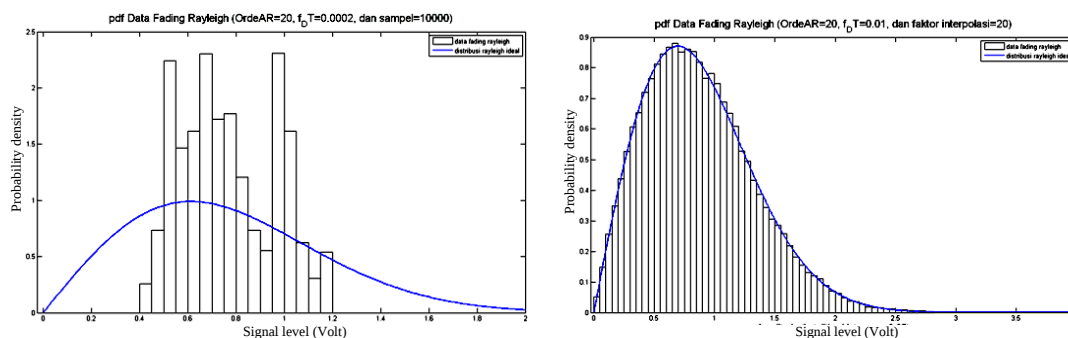
Hubungan antara nilai *mean* dan standar deviasi data *fading* Rayleigh ditunjukkan pada persamaan (12) (Rappaport, 1996). *Mean* diperoleh dari data *fading* sehingga standar deviasi, σ , distribusi dapat dihitung.

$$r_{\text{mean}} = E[r] = \int_0^{\infty} r \cdot \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1.2533\sigma \quad (12)$$

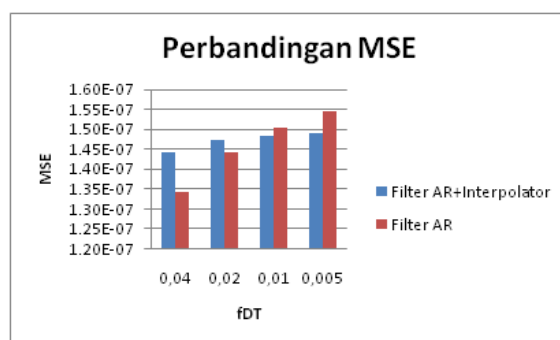
Pengujian dilakukan dengan melakukan perubahan pada beberapa parameter yaitu orde AR, panjang sampel, frekuensi Doppler ternormalisir ($f_D T$), serta penambahan faktor interpolasi. Hasil yang diperoleh adalah semakin banyak panjang sampel yang dibangkitkan, orde AR besar, serta $f_D T$ besar akan memberikan distribusi data *fading* yang dibangkitkan sesuai dengan teori. Penambahan interpolator tidak mengubah distribusi data *fading* yang dihasilkan. Gambar 4 (kiri) menunjukkan distribusi data *fading* yang dibangkitkan sebanyak 10.000 sampel untuk $f_D T=0,0002$ dengan orde AR=20 belum mengikuti distribusi teori dilihat secara visual, sedangkan Gambar 4 (kanan) menunjukkan distribusi data *fading* yang dibangkitkan oleh filter AR yang dikombinasikan dengan interpolator dengan data awal sebanyak 10.000 sampel, $f_D T=0,2$, orde AR=20 dengan faktor interpolasi 20 untuk mengakomodasi $f_D T$ sebesar 0,01 mampu memberikan hasil yang mengikuti distribusi teoritis dilihat secara visual.

Secara kuantitatif dapat dihitung nilai *mean square error* (MSE) dari distribusi data *fading* yang dibangkitkan dengan filter AR dan interpolator maupun MSE dari distribusi data *fading* yang langsung dibangkitkan oleh filter AR. Gambar 5 menunjukkan rata-rata MSE yang dihasilkan dari simulasi yang dilakukan sebanyak 100 kali dengan $f_D T$ acuan yang digunakan adalah 0,2 dengan panjang sampel awal 10.000 sampel dimana rata-rata MSEnya $0,1652 \times 10^{-6}$. Simulasi dilakukan untuk $f_D T$ sebesar 0,04, 0,02, 0,01, dan 0,005. Rata-rata MSE untuk pembangkitan langsung adalah $0,1459 \times 10^{-6}$ sedangkan rata-rata MSE dengan penggunaan interpolator adalah $0,1472 \times 10^{-6}$. Untuk $f_D T$ 0,04 dan 0,02 MSE pembangkitan langsung lebih rendah bila dibandingkan dengan penggunaan interpolator, sedangkan Untuk $f_D T$ 0,01 dan 0,005 MSE pembangkitan langsung lebih tinggi bila dibandingkan dengan penggunaan interpolator. Hal ini berarti bahwa pada $f_D T$ kecil

penggunaan interpolator memiliki kinerja yang lebih baik dalam pembangkitan data *fading* Rayleigh bila dibandingkan dengan pembangkitan langsung. Nilai MSE yang rendah menunjukkan bahwa *error* atau perbedaan antara distribusi data *fading* dengan distribusi teori adalah kecil.



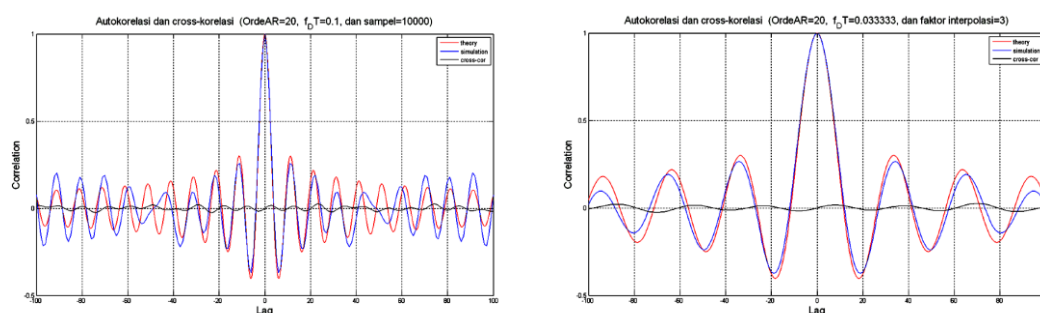
Gambar 4. Histogram *probability density* data *fading* Rayleigh dengan $f_D T=0,0002$ secara langsung (kiri) dan gabungan interpolator (kanan)



Gambar 5. Perbedaan MSE data *fading* antara pembangkitan langsung dan dengan penambahan interpolator

3.2. Pengujian Autokorelasi dan Cross-korelasi

Kinerja filter AR dalam membangkitkan data *fading* Rayleigh juga dapat diamati dari data *fading* dengan membandingkannya dengan grafik idealnya. Autokorelasi ideal mengikuti fungsi Bessel orde nol (persamaan (1)), sedangkan *cross*-korelasinya nol. Pengujian dilakukan dengan melakukan perubahan terhadap beberapa parameter yaitu orde AR, panjang sampel, $f_D T$, serta penambahan faktor interpolasi. Hasil yang diperoleh adalah semakin banyak panjang sampel yang dibangkitkan maka *cross*-korelasi mendekati nol, autokorelasi data *fading* yang dibangkitkan akan cocok dengan autokorelasi yang diharapkan sepanjang p lag (orde AR). Apabila digunakan interpolator maka autokorelasi data *fading* yang dibangkitkan akan cocok dengan autokorelasi yang diharapkan sepanjang p dikali faktor interpolasi. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Autokorelasi dan *cross*-korelasi data *fading* Rayleigh dengan $f_D T=0,1$ (kiri) dan $f_D T=0,0333$ (kanan)

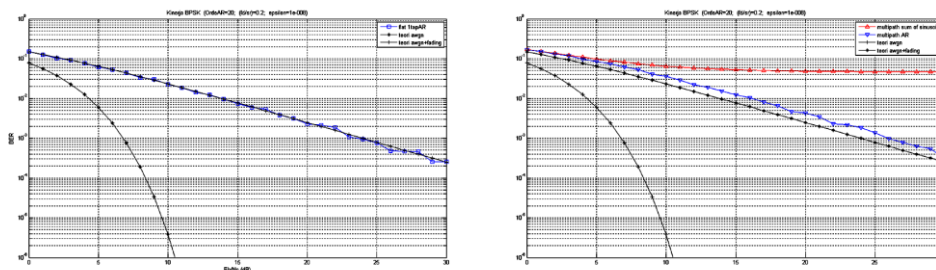
Gambar 6 (kiri) menunjukkan autokorelasi dan *cross*-korelasi data *fading* Rayleigh dengan $f_D T = 0,1$ yang dibangkitkan dengan orde AR=20 dan panjang sampel 10.000 sedangkan Gambar 6 (kanan) adalah autokorelasi dan *cross*-korelasi data *fading* Rayleigh dengan $f_D T = 0,033$ yang dibangkitkan dengan interpolasi sebanyak 3 kali dari data *fading* Gambar 6 (kiri). Terlihat bahwa Gambar 6 (kanan) adalah Gambar 6 (kiri) yang diregangkan sebesar 3 kali (faktor interpolasi).

3.3. Kinerja Sistem

Kinerja sistem komunikasi pada kanal *fading* dapat diketahui dari karakteristik *bit error rate* (BER). BER teoritis pada kanal *fading* yang memiliki satu lintasan sesuai dengan persamaan (13).

$$BER = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{E_b/N_0}}} \right] \quad (13)$$

Dari Gambar 7 (kiri) terlihat bahwa grafik BER BPSK yang masuk ke kanal *one-path fading* Rayleigh hampir sama dengan grafik teoritis, secara visual grafiknya berhimpit. Nilai MSE antara BER simulasi dan BER teoritis adalah $8,99698 \times 10^{-7}$. Data *fading* dibangkitkan oleh filter AR berorde 20 untuk $f_D T = 0,2$. Jika kanal yang digunakan adalah kanal *multipath fading* maka BER dari sistem berada di atas BER teoritis kanal *one-path fading* Rayleigh, Gambar 7 (kanan). Hal yang serupa juga diperoleh untuk kinerja sistem QPSK.



Gambar 7. Kinerja sistem komunikasi BPSK dengan $f_D T = 0,2$ pada kanal *one-path fading* Rayleigh (kiri) dan *multipath fading* Rayleigh (kanan)

4. KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diperoleh adalah histogram data *fading* Rayleigh yang dibangkitkan menggunakan filter AR dan interpolator secara visual memiliki distribusi yang mendekati nilai teoritis dengan MSE disekitaran $0,15 \times 10^{-6}$. Penggunaan interpolator tidak merubah distribusi data *fading*, mean dan standar deviasi tetap. Beda MSE dari data *fading* yang dibangkitkan langsung menggunakan filter AR terhadap kombinasi filter AR dan interpolator $\pm 0,001 \times 10^{-6}$. Hal ini menunjukkan bahwa penggunaan interpolator akan memberikan kepraktisan dalam membangkitkan data *fading* dengan frekuensi Doppler berapapun tanpa harus mendesain ulang filter AR.

DAFTAR PUSTAKA

- Baddour, K.E. dan Beaulieu, N.C., (2005), *Autoregressive modeling for fading channel simulation*, *IEEE Trans. Commun.*, pp. 1650–1662.
- Erceg, V. dkk, (2001), “*Channel Models for Fixed Wireless Applications*” IEEE802.16.3c-01/29r4, Broadband Wireless Working Group, IEEE P802.16.
- Goldsmith, A., (2005) *Wireless Communications*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Harada, H. dan Prasad, R., (2002), *Simulation and Software Radio : for Mobile Communication*, Artech House.
- Komninakis, C., (2003), *A Fast And Accurate Rayleigh Fading Simulator*, *IEEE GLOBECOM '03*, pp. 3306–3310.
- Proakis, J.G. dan Manolakis, D.G., (1996), *Digital Signal Processing : Principles, Algorithms, and Applications*, Pearson Education Malaysia, Pte. Ltd., Malaysia.
- Rappaport, T.S., (1996), *Wireless Communications Principles and Practice*, Prentice Hall.

- Young, D.J. dan Beaulieu, N.C., (2000), *The Generation of Correlated Rayleigh Random Variates by Inverse Discrete Fourier Transform*, *IEEE Trans. Commun.*, pp. 1114–1127.
- Xiao, C., Zheng, Y.R. dan dan Beaulieu, N.C., (2003), *Statistical Simulation Models for Rayleigh and Rician Fading*, *IEEE*, pp.3524-29.
- Zheng, Y.R. dan Xiao, C., (2003), *Simulation Models With Correct Statistical Properties for Rayleigh Fading Channels*, *IEEE Trans. Commun.*, pp. 920–928.