

## KESALAHAN EKSTERNAL PADA EKSPERIMEN

T. Priangkoso<sup>\*)</sup>

### Abstrak

*Suatu persamaan dapat menimbulkan kesalahan eksternal di dalam eksperimen, karena itu harus diperhitungkan sebagai kesalahan hasil eksperimen. Kesalahan eksternal memperhitungkan kesalahan akibat persamaan yang variabelnya diperoleh dari hasil pengukuran. Dengan demikian kesalahan yang terjadi tidak hanya karena kesalahan pengukuran. Kesalahan eksternal yang mungkin timbul karena persamaan diperoleh dengan mendeferensiasi persamaan tersebut.*

**Kata kunci:** kesalahan eksternal, persamaan perkalian, diferensial.

### PENDAHULUAN

Kesalahan eksternal merupakan kesalahan yang terjadi karena persamaan yang mengandung variabel yang diukur. Pada eksperimen, kesalahan ini harus diperhitungkan untuk memperoleh hasil yang terbaik.

### PEMBAHASAN

Jika kita mengetahui persamaan yang mendeskripsikan sistem, maka kita dapat memperkirakan ketidakpastian di dalam suatu variabel dari ketidakpastian dan kesalahan yang terdapat pada variabel yang lain. Cara ini dikenal dengan memperkirakan kesalahan eksternal.

### Analisis Kesalahan Persamaan

Misalnya suatu output  $q$  merupakan suatu fungsi  $a_1, a_2$ , dan seterusnya

$$q = q(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \dots\dots\dots(1)$$

Maka derivatifnya

$$dq = \frac{\partial q}{\partial a_1} da_1 + \frac{\partial q}{\partial a_2} da_2 + \dots + \frac{\partial q}{\partial a_n} da_n \dots\dots\dots(2)$$

Variasi  $dq$  dari  $q$  dihasilkan dari variasi  $da$ , dan seterusnya. Jika variasi ini diterjemahkan menjadi kesalahan ketidakpastian  $\varepsilon$ , maka

$$\varepsilon_q = \frac{\partial q}{\partial a_1} \varepsilon_1 + \frac{\partial q}{\partial a_2} \varepsilon_2 + \dots + \frac{\partial q}{\partial a_n} \varepsilon_n \dots\dots\dots(3)$$

Kita tidak dapat mengevaluasi  $\varepsilon_q$  karena kita tidak tahu apakah kesalahan itu negatif atau positif. Untuk mendapatkan kuadrat kedua sisi, dan dengan mengingat rata-rata hasil perkalian, maka

$$\dots + \frac{\partial q}{\partial a_1} \frac{\partial q}{\partial a_5} \varepsilon_1 \varepsilon_5 + \dots \dots\dots(4)$$

akan hilang.

Hasil perkalian akan hilang jika kesalahan bernilai rambang dan terdistribusi secara simetris serta independen secara statistik satu sama lain. Dengan mengabaikan hasil perkalian, didapat persamaan sederhana untuk kesalahan rata-rata kuadrat (mean square error)

$$\varepsilon_q^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial q}{\partial a_i} \right)^2 \varepsilon_i^2 \dots\dots\dots(5)$$

Hasil ini dapat dinyatakan sebagai:

*Kesalahan rata-rata kuadrat di dalam besaran  $q$  ditentukan dengan menjumlahkan kesalahan rata-rata kuadrat dari semua variabel yang berhubungan dengan  $q$ , sepanjang kesalahan ini bersifat rambang dan independen satu sama lain.*

Karena  $\varepsilon_q^2$  dan  $\varepsilon_i^2$  hanya varians setiap komponen, hal ini sama dengan teorema yang menyatakan "variens dari penjumlahan komponen rambang menghasilkan fungsi varians".

### Kesalahan dalam persamaan perkalian

Untuk persamaan yang murni berupa perkalian, kesalahan persentase dapat dicari dengan menghitung turunan parsial (5). Secara singkat, metodenya adalah sebagai berikut:

1. Gunakan fungsi logaritma alam pada kedua sisi persamaan
2. Lakukan derivasi pada kedua sisi dari persamaan, sehingga

$$d(\ln a_i) = \frac{da_i}{a_i}$$

Dengan menganggap diferensial  $da_i$  sebagai kesalahan kecil, maka

$$\frac{da_i}{a_i} \cong \varepsilon_i$$

3. kuadratkan kedua sisi persamaan untuk menghilangkan hasil perkalian.

Contoh: misalkan persamaan perkalian

$$Q = A_1 F^a G^b H^c$$

dimana  $A_1, a, b, c$  adalah konstanta yang dapat berharga positif maupun negatif. Untuk mencari pengaruh kesalahan dalam  $F, G$ , dan  $H$  pada fungsi  $Q$ , dilakukan dengan mengubah persamaan menjadi persamaan logaritma alam menjadi

$$\ln Q = \ln(A_1 F^a G^b H^c)$$

Persamaan ini kemudian didiferensiasi menjadi

$$\frac{dQ}{Q} = a \frac{dF}{F} + b \frac{dG}{G} + c \frac{dH}{H}$$

Dengan menganggap bahwa diferensial adalah kesalahan dan mengkuadratkan persamaan, akan diperoleh

$$\left(\frac{dQ}{Q}\right)^2 = a^2 \left(\frac{dF}{F}\right)^2 + b^2 \left(\frac{dG}{G}\right)^2 + c^2 \left(\frac{dH}{H}\right)^2$$

Pada persamaan ini dapat dilihat bahwa kuadrat dari fraksi atau persentase kesalahan pada tiap variabel dipengaruhi oleh kuadrat pangkatnya.

Hasil ini sangat berguna dalam perencanaan eksperimen karena menunjukkan bahwa variabel yang muncul dengan pangkat besar harus diukur lebih teliti daripada variabel dengan pangkat lebih kecil.

Sebagai contoh, pada suatu eksperimen akan diukur  $F, G$ , dan  $H$  dalam persamaan

$$Q = AF^{1/2}G^{-3}H^{1/3} \text{ dimana } A \text{ adalah konstanta.}$$

Kesalahan persentase dalam  $G$  adalah 6 kali lebih penting dibanding kesalahan dalam  $F$  karena  $G$  mempunyai pangkat 3 dan  $F$  mempunyai pangkat  $1/2$ .

### Memperkirakan kesalahan ukur $\varepsilon_i$

Untuk memperkirakan ketidakpastian "yang diketahui" dalam variabel, harus dilihat ketepatan pada spesifikasi alat ukur yang diberikan oleh pabrik, atau membuat perkiraan berdasarkan pengalaman. Dalam hal tidak terdapat pengalaman untuk membuat perkiraan, aturan-aturan sederhana berikut dapat diterapkan untuk alat-alat ukur analog maupun digital.

$\pm 10\%$  dari pembagian mayor terkecil untuk alat ukur kualitas laboratorium

$\pm 30\%$  dari pembagian mayor terkecil untuk alat ukur kualitas industri.

Pembagian skala mayor adalah sebuah tanda dengan garis lebih tebal dibanding tanda minor, dan biasanya memiliki angka di atasnya. Alat ukur biasanya mempunyai sekitar 10 pembagian mayor sepanjang skala.

Alat ukur digital biasanya *misleading* karena menampilkan terlalu banyak digit. Perkiraan yang baik untuk ketepatan alat ukur digital adalah:

$\pm 3$  angka digit paling belakang untuk alat ukur kualitas laboratorium

$\pm 10\%$  dari skala penuh untuk alat ukur kualitas industri.

Kesalahan eksternal di atas tidak termasuk kesalahan yang diakibatkan *noise* yang tidak terduga, pergeseran waktu dan temperatur, offset nol, dan kesalahan manusia.

### PENUTUP

Kesalahan eksternal merupakan kesalahan yang diakibatkan oleh persamaan. Kesalahan eksternal dapat diperkirakan dengan cara mengubah persamaan menjadi persamaan logaritma alam, kemudian mendiferensiasi persamaan logaritma alam, dan mengkuadratkan persamaan diferensialnya. Sedangkan harga-harga kesalahan variabel yang diukur, dapat diperkirakan dari ketepatan alat ukur pada spesifikasi alat ukur yang diberikan oleh pabrik.