

# PENYELESAIAN RIEMAN UNTUK MODEL BENDUNG RUNTUH

N. Widiasmadi<sup>\*)</sup>

## Abstrak

*Hampiran Riemann merupakan pendekatan untuk dapat melihat fenomena aliran gelombang permukaan dengan cara merambatkan informasi di arah sepanjang garis karakteristiknya. Secara ilmu hidrostatik, pemecahan Riemann (Riemann solver) berawal dari soal Riemann (Riemann problem), yang merupakan masalah kejut dalam aliran mampat, aliran tak bertahanan (compressible inviscid flow) yang mana G.F. Bernhard Riemann mencoba menyelesaiakannya pada tahun 1858. Persoalan ini dalam pustaka aerodinamika dikenal sebagai soal tabung kejut (shock tube problem) di mana alirannya dimodelkan sebagai persamaan Euler (Soegandar, 2004). Bentuk persamaan ini memungkinkan penyelesaian langsung secara analitik eksak dari aliran tak bertahanan dan tak-tunak. Gagasan dasar dari persoalan Riemann kemudian dikembangkan kurang lebih 101 tahun kemudian oleh S.K. Godunov (1959) dengan cara penyelesaian analitik, di mana persamaan Euler hanya berlaku untuk daerah setempat (local region) dari medan aliran (Toro, 1999).*

*Dengan merakit kepingan-kepingan penyelesaian analitik eksak maka diperoleh sintesis seluruh medan aliran. Operasionalisasi dari falsafah Godunov ini adalah dengan membagi-bagi medan fisik aliran menjadi sel-sel yang saling merapat, sehingga persamaan Euler dapat diselesaikan secara analitik eksak untuk masing-masing unsur. Parameter aliran dilambangkan sebagai vektor arus  $\mathbf{U}$  dan dianggap tetap nilainya di dalam sel. Dengan demikian pada antar muka dua unsur yang berdekatan dapat memiliki nilai parameter arus  $\mathbf{U}$  yang berbeda. Dalam lingkup fisika aliran, perbedaan yang kecil ini merupakan kejut-kejut lembut (infinitesimal shock or wavelets) yang dapat dimuluskan, tetapi bila terjadi perbedaan yang besar akan menandai adanya kehadiran kejut. Dengan demikian falsafah Godunov sangat berbeda dengan falsafah numerik yang telah dikenal sebelumnya di mana persamaan St. Venant dikepingkan sebagai selisih hingga, unsur hingga atau volume hingga, di mana seluruh penyelesaian dari persamaan diferensial atau integral pengatur sekaligus menyapu seluruh ruang aliran.*

**Kata kunci :** *Riemann solver, Riemann problem, local region, vektor arus  $\mathbf{U}$ , shock*

## Pendahuluan

Hampiran dengan cara unsur hingga (*finite element method*) dimana tatar-aliran (*flow domain*) dikepingkan menjadi unsur-unsur hingga (*finite element*) yang tumpang tindih dan rapat (tidak bercelah) dan persamaan St. Venant diberlakukan untuk setiap unsur hingga. Unsur-unsur hingga terdiri dari titik-titik unsur yang disebut simpul (*nodes*). Kisar-kisar hidrodinamik dan parameter aliran (kemiringan dasar saluran, kekerasan, dst) yang dikandung oleh persamaan diferensial diinterpolasikan untuk setiap titik dalam unsur dengan polynomial. Hasil interpolasi lempang atau kuadratik disebut fungsi rupa (*shape function*), fungsi coba (*trial function*), atau fungsi basis (*basis function*). Untuk aliran

tiga matra, maka tatar aliran dikepingkan menjadi unsur volume; untuk aliran dua-matra menjadi keping dua matra, dan untuk tatar aliran satu-matra. Kelebihan utama dari CUH adalah kemampuan untuk menangani batas yang tidak teratur (aliran dua matra) dan pemurnian kisi (*grid refinement*). Cara volume hingga, pada awalnya dikembangkan sebagai perluasan dari CSH, dimana volume hingga merupakan volume integrasi dari kemalaran dan momentum. CVH berbeda dengan cara-cara numerik lainnya, dimana dapat disimak dengan jelas azas kekekalan fisika dengan algoritma, dan karena itu mudah dipahami .

Perlu dicatat bahwa persamaan diferensial aliran termasuk kelompok persamaan

<sup>\*)</sup> Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Wahid Hasyim Semarang  
Jl Menoreh Tengah X/22 Semarang

hiperbolik nir-lempang dapat mengandung ketakmulasan (*discontinuity*) pada tatar batas aliran (*flow domain boundary*), dan ketakmulasan ini dirambatkan langgeng (*permanent*) ke dalam tatar-aliran. Batas yang mulus (*smooth*) juga tidak menjamin bahwa aliran dalam tatar-aliran akan terus mulus. Sifat matematika persamaan hiperbolik ini tepat sama dengan kenyataan empirik. Jadi persamaan St. Venant yang harus membatasi kemulusan aliran untuk penyelesaiannya, mengandung kelemahan dengan kenyataan empirik . Persamaan St. Venant sendiri dalam bentuk klasik diungkapkan sebagai persamaan diferensial, yang menuntut kebenturunan (*differentiability*) dari kisar-kisar aliran hidrodinamik yang bergantung pada kisar ruang dan waktu ( $x,y,z,t$ ), rumus kerja klasik ini disebut bentuk **nir-konservatif** atau **nir-divergen**. Dalam bentuk persamaan klasik, kisar-kisar aliran dinyatakan sebagai kisar primitif (*primitive variables*), sehingga ketakmulasan (*discontinuity*) kisar membuat persamaan St. Venant gugur. Bila terjadi gelombang kejut misalnya, maka kisar primitif aliran tak mulus, maka gugurlah penggunaan persamaan pengatur St. Venant klasik. Tetapi, kita dapat merekayasa persamaan St. Venant klasik menjadi **bentuk konservatif** atau **bentuk divergen**. Dalam bentuk konservatif atau divergen, maka kisar-kisar dinyatakan sebagai vektor arus yang mulus, meskipun kisar primitifnya tidak mulus, misalnya bila terjadi kejut.

Karena sifat konservatif dari arus debit , momentum dan energi, maka bentuk konservatif merupakan bentuk persamaan St. Venant yang berlaku pada jenis dan ragam aliran hidrodinamik untuk model aliran tak bertahanan. Untuk aliran nyata, maka redaman aliran meningkat entropi termodinamik. Gesekan dinding dan gesekan antar butir fluida, serta pengaruh gaya gravitasi merupakan sumber momentum dan energi. Jadi gesekan pada dinding dan antar fluida dan gravitasi mengakibatkan arus momentum dan energi tidak seluruhnya konservatif, tetapi arus massa tetap konservatif. Pengaruh gaya gravitasi  $g$ , dan gesekan keduanya dapat ditaksirkan sebagai sistem yang **tidak terkucil** (*nonisolated system*) dan dapat diungkapkan sebagai sumber atau sumur dalam persamaan **konservatif St.Venant**. Jadi gesekan adalah sumur momentum dan energi yang hilang pada gelombang kejut adalah sumur yang menyerap energi dari sistem aliran, dan

gravitasi adalah sumber (sumur) momentum dan energi yang menambah (mengurangi) momentum dan energi aliran.

Dalam bentuk persamaan pengatur yang **modern**, keduanya ditempatkan di ruas kanan, sehingga perannya dari segi fisika aliran menjadi jelas yaitu sebagai **sumber** (*source*) atau **sumur** (*sink*). Dengan mencetak persamaan St. Venant dalam **bentuk konservatif** atau **divergen**, maka gejala kejut akan muncul sebagai bagian dari penyelesaian, tanpa campur tangan pemrogram. Cara penyelesaian dimana kejut merupakan bagian penyelesaian disebut bagan **numerik penangkap kejut** (*shock capturing numerical scheme*) yang merupakan lawan cara klasik yaitu **pencocokan kejut** (*shock fitting method*).

Pada cara klasik ini, lokasi kejut harus dikatahui terlebih dahulu, kemudian pada lokasi tersebut diterapkan persamaan pengatur kejut. Jadi pada cara ini terdapat dua persamaan pengatur yang mewakili aliran mulus yang dipisahkan oleh persamaan pengatur kejut. Bagan numerik cara klasik ini **nir-konservatif** dan menggunakan **kisar-kisar primitif**. Bagan numerik penangkap kejut menggunakan **kisar-kisar arus** (*flux*) dimana massa, momentum atau energi dikonservasikan dan **kisar-kisar arus berketurunan**. Sesudah kisar-kisar arus dikembalikan kepada **kisar primitif**, maka akan dapat disimak apakah aliran mulus dan tak mulus.

Tuntutan setiap kisar anu dalam persamaan klasik St.Venant adalah keturunan (*differentiability requirement*), maka hanya aliran berubah lambat laun ( $Fr < 1$ ) **dapat dengan baik** dimodelkan oleh persamaan ini. Bila terjadi kisarkmulasan (*discontinuities*) dalam kisar aliran yang diwakili oleh vektor  $\mathbf{U}=(u,v,h)$ , maka hipotesis tentang kemulusan atau secara matematis kebenturunan (*differentiability*) dilanggar, sehingga persamaan St. Venant dalam bentuk asli (klasik) tidak dapat digunakan. Bila kisar primitif diganti dengan kisar arus (*flux variable*), maka kita peroleh suatu bentuk persamaan baru, dimana hukum dasar kekekalan berlaku dalam bentuk diferensial harkat satu .

Gejala kejut tersembunyi di dalam kisar arus, akan muncul dengan sendirinya-setelah kisar-kisar arus dikembalikan kepada kisar primitif sebagai bagian dari penyelesaian, sehingga kejut dapat disimulasikan tanpa harus mengetahui dimana dan kapan kejut akan terjadi.

Pendekatan ini disebut cara penangkapan kejut (*shock capturing method*). Bentuk persamaan pengatur yang baru ini juga disebut bentuk divergensi, bentuk kekal, atau bentuk konservatif.

## Metodologi

Metodologi dari penelitian ini mendasarkan dengan mencetak persamaan St. Venant dalam bentuk konservatif, kemudian mengintegrasikan menurut theorema Gauss, maka dalam bentuk integral ini memang suku-suku konvektif dan suku laju lokal untuk semua jenis dan ragam aliran yaitu aliran laun lunak dan tak lunak, aliran deras dengan kejut yang jeda atau bergerak. Dengan memilih derap waktu,  $\Delta t$  cukup kecil, sehingga sasaran agar suku sumber menjadi cukup kecil terhadap suku-suku lainnya, dalam persamaan karakteristik disebut ketakubahan semu Riemann, yang berarti bahwa arus kanan tidak tepat sama dengan nol tetapi cukup kecil untuk diabaikan dalam model. Pada umumnya, bila kaidah *CFL* dipenuhi, maka suku sumber menjadi kecil. Ketakubahan semu Riemann inilah yang merupakan basis hampiran untuk memodelkan aliran semesta (*universal flow model*). Pembuktian matematika yang rongkah (*robust mathematical proof*) adalah di luar naskah ini.

Masalah yang paling fundamental sekarang adalah bahwa pemodelan daulat aliran dengan sel-sel kecil yang memenuhi kaidah kemantapan *CFL* adalah seolah aliran tak bertahanan dan seolah tidak dipengaruhi oleh gravitasi. Bila ini benar, maka dari segi logika, rakitan sel-sel yang melingkupi seluruh daulat aliran tak bertahanan dan tidak dipengaruhi gravitasi dan tidak dipengaruhi gesekan dinding. Maka kita akan nantikan suatu hasil simulasi yang jauh bebeda dari kenyataan. Tetapi, uji numerik membuktikan bahwa hasil simulasi cukup cermat dibandingkan dengan aliran nyata yang dihitung dengan cara lain yang teruji. Penjelasan dari keganjilan ini adalah bahwa pengaruh gesekan dan grafitasi tidak seluruhnya sirna bersama dengan dihilangkannya suku sumber. Sebagian dari pengaruh ini seharusnya tersembunyi dalam suku konvektif dan kelajuan gelombang. Memang dalam ungkapan laju gelombang tersembunyi pengaruh gravitasi  $g$  dan kedalaman aliran  $h$  dalam ungkapan  $c = \sqrt{gh}$ , di

mana  $h$  sendiri mencerminkan pengaruh gesekan dinding dan gesekan antar butir fluida.

## Analisis

Pemecahan Riemann (*Riemann solver*) berawal pada persoalan Riemann (*Riemann problem*), yaitu persoalan gelombang kejut yang terjadi pada persamaan aliran permukaan mampat tak bertahanan yang diambil berdasarkan konsep bendung runtuh (Toro, 1999), dengan sebuah nilai awal.

Kondisi nilai awal untuk satu matra dapat dinyatakan sebagai :

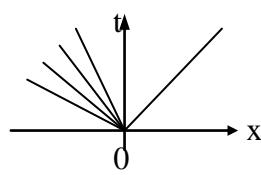
$$\begin{aligned} \mathbf{U}_t + \mathbf{F} \mathbf{U} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{U}_{\leq, 0} &= \begin{cases} \mathbf{U}_L & \text{jika } x < 0^{(1)} \\ \mathbf{U}_R & \text{jika } x > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan pengatur St. Venant dua matra y) masih mengandung hukum kemalaran. Penempatan awal  $\mathbf{U}_L$  dan  $\mathbf{U}_R$  dapat dinyatakan sebagai :

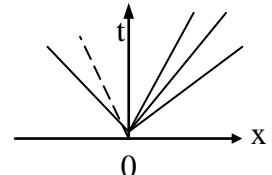
$$\mathbf{U}_L = \begin{bmatrix} h_L \\ h_L u_L \\ h_L v_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_R = \begin{bmatrix} h_R \\ h_R u_R \\ h_R v_R \end{bmatrix} \quad (2)$$

$\mathbf{U}_L$  dan  $\mathbf{U}_R$  merupakan konstanta vektor yang menunjukkan kondisi pada  $t = 0$ , untuk sisi kiri dan sisi kanan dari  $x = 0$  di mana  $x = 0$  adalah posisi sekat pemisah (bendung). Untuk pendekatan ini notasi partikel komponen kecepatan dapat dinyatakan sebagai  $u_L, v_L, u_R, v_R$ . Pada hampiran Riemann terdapat empat buah kemungkinan pola gelombang muncul, yang dapat diilustrasikan pada Gambar 1 berikut

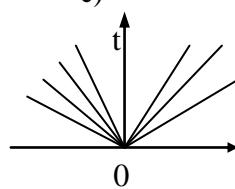
a)



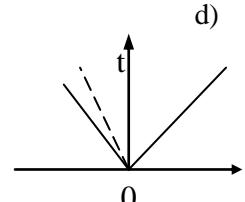
b)



c)



d)



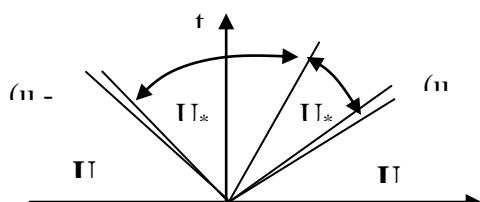
Gambar 1 : Pola gelombang yang memungkinkan timbul pada persamaan aliran.

Untuk masing-masing kasus di atas terdapat tiga macam gelombang di sisi kiri, di sisi kanan dan di daerah peralihan (tengah). Untuk kasus (a) dalam Gambar 1 gelombang sisi kiri merupakan penghalusan dan gelombang sisi kanan adalah gelombang kejut. Untuk kasus (b) dalam Gambar 1 di sebelah kiri adalah gelombang kejut dan sebelah kanan adalah gelombang penghalusan. Untuk kasus (c) dalam Gambar 1 pada kedua sisinya merupakan penghalusan dan untuk kasus (d) pada Gambar 1 kedua sisinya merupakan gelombang kejut.

Pada umumnya, di sisi kiri dan di sisi kanan gelombang merupakan kejut atau penghalusan, sedangkan gelombang tengah sebagai gelombang peralihan atau geser (*shear wave*), di mana akan memotong komponen kecepatan tangential –  $v$ . Dengan demikian gelombang peralihan akan meningkat dengan adanya persamaan momentum –  $y$  yang dinyatakan dengan persamaan (1). Persamaan (1) dapat dilukiskan oleh Gambar 2

Dalam pendekatan ini terdapat 3 buah rumpun gelombang yang berhubungan dengan nilai Eigen  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  dan  $\lambda_3$ . Masing-masing gelombang tersebut dipisahkan oleh 4 buah konstanta yang dinyatakan sebagai :  $u_L$ ,  $u^*_L$ ,  $u^*_R$ ,  $u_R$ .

Daerah di antara sisi kiri dan sisi kanan disebut “daerah bintang” dan dibagi menjadi dua buah sub daerah. Penyelesaian dari masalah ini adalah hampir sama dengan cara menyelesaikan  $\mathbf{U}(x,t)$ , yang mana  $\mathbf{U}$  tergantung pada perbandingan  $x/t$ .



Gambar 2 Struktur penyelesaian umum dengan hampiran Riemann

## 1. PERSAMAAN TAK UBAH RIEMANN

Persamaan umum linear semu hiperbolik sesuai dengan persamaan (2.78) di atas dalam satu matra dapat dinyatakan sebagai :

$$\mathbf{W}_t + \mathbf{A}(\mathbf{W}) \mathbf{W}_x = \mathbf{0}$$

(3)

Vektor  $\mathbf{W}$  dalam persamaan (3.3) tidak diketahui dan dapat dinyatakan sebagai :

$$\mathbf{W} = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T$$

(4)

Hampiran ini mempertimbangkan gelombang yang dihubungkan dengan  $\lambda_i(w)$  sebagai karakteristik lapangan. Nilai Eigen  $\lambda_i$  yang berhubungan dengan vektor Eigen dapat dinyatakan sebagai :

$$\mathbf{R}^{(i)} = [r_1^{(i)}, r_2^{(i)}, r_3^{(i)}, \dots, r_m^{(i)}]^T$$

(5)

Vektor variabel terikat  $\mathbf{W}$  pada pemakaianya digunakan sebagai variabel kekal. Persamaan kemalaran yang ditampilkan dalam bentuk linear-semu ini dinyatakan sebagai matriks Jacobian . Generalisasi dari pendekatan ini berupa potongan struktur sebuah gelombang yang dapat dinyatakan dengan persamaan diferensial, sebagai berikut :

$$\frac{dw_1}{r_1} = \frac{dw_2}{r_2} = \frac{dw_3}{r_3} = \dots = \frac{dw_m}{r_m}$$

Suku-suku dari persamaan tersebut menyatakan rasio dari sebuah perubahan  $dw_s$  dari sebuah besaran  $w_s$  terhadap masing-masing komponen  $r_s^{(i)}$  dari vektor eigen  $\mathbf{R}^{(i)}$  yang berhubungan dengan  $\lambda_i(w)$  dalam rumpun gelombang.

### Pembahasan

Pada model ini akan diperlihatkan profil muka air dua matra dimana secara teknis menggunakan pendekatan Riemann dengan konsep uji pertama. Pengembangan dari medel numerik satu matra menjadi dua matra akan lebih banyak melibatkan kondisi batas (*boundary condition*), dimana kondisi batas tersebut dapat dilihat dari geometri ruang yang akan kita gunakan, yaitu panjang saluran (kolam), lebar saluran (kolam), letak dinding sekat dan pintu control bendung, sehingga secara teknis akan kita

pertimbangkan 10 dinding pembatas yang langsung berhubungan dengan partikel air dinding tersebut.

Melalui pendekatan Riemann maka model ini dapat kita kembangkan untuk tiga kondisi dimana kondisi pertama pada saluran hilir kering , sedangkan kondisi kedua pada saluran hilir berair dimana kedua aspek pada desain tata ruang yang simetri. Sedangkan untuk kondisi ketiga akan dimodelkan pada tata ruang yang tidak simeteri (asimetri)

### Kondisi Awal

Kondisi awal model adalah elevasi muka air, debit aliran atau kecepatan pada awal hitungan yaitu diambil sebesar 0,5m/det, yang dapat diperoleh dari pengukuran elevasi muka air bendung saat pintu bendung ditutup, kapasitas tampungan suatu kolam bendung didesain berdasarkan debit rencana pengisian yang akan memberikan kedalaman tertentu dalam hal ini sebagai kedalaman awal 1,0 meter. Sedangkan posisi titik diskontinyu pada  $x=0$  yaitu pada posisi pintu bendung ditempatkan pada tengah panjang kolam sebagai control awal elevasi muka air banjir disebelah hulu diskontinyu.

### Kondisi Batas

Secara umum kondisi batas pada konsep model ini akan diperlihatkan pada gamabar dibawah ini:

#### Kondisi batas pada Model Bendung Runtuh

Secara umum daerah model akan dibagi menjadi dua yaitu daerah hulu (sebelah kanan pintu) dan daerah hilir (sebelah kiri pintu), masing -masing daerah dibatasi oleh dinding. Untuk daerah hulu batasannya meliputi dinding 1,2 ,3, 4 dan 5 sedangkan untuk daerah hilir batasannya meliputi dinding 6, 7, 8, 9 dan 10.

#### Kondisi Batas Hulu

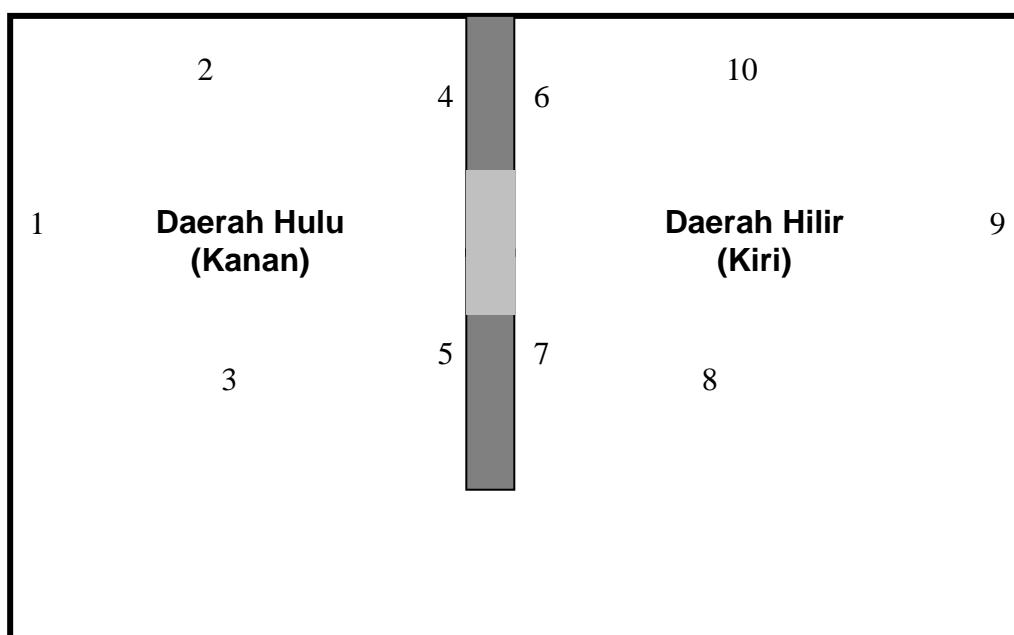
Selain posisi dinding diatas kondisi batas hulu secara spesifik tergantung pada letak dan jumlah pintu serta sekat pemisah yang ditetapkan. Untuk praktisnya dalam model ini akan ditinjau pintu control tunggal dengan dua dinding sebagai sekat pemisah.

#### Kondisi Batas Hilir

Seperti penjelasan pada batas hulu bahwa posisi dan jumlah pintu serta sekat akan mempengaruhi dari kondisi batas hilir. Kondisi batas hilir juga diberikan oleh elevasi genangan pada tampungan hilirnya yang secara alamiah didapatkan sebagai muka aliran dasar (*base flow*) yang mengalir secara konstan sepanjang tahun, diperoleh dari pengamatan muka air langsung dilapangan atau dengan perhitungan hidrograp aliran dasar sebagai base flow yang ada di suatu Daerah Aliran Sungai (DAS) yaitu ditetapkan 0,1 meter.

#### Faktor Sumber

Dalam model numeric dimasukkan beberapa aspek kondisi morfologi kolam atau sungai yang terbendung yang dimasukkan



sebagai faktor sumber, dimana meliputi faktor kekasaran dasar lantai saluran peluncur dengan angka manning ( $C_n$ ) adalah 0,003 dan kemiringan dasar lantai diambil 0.0005 .

### Model Simetri Hilir Berair

Pada model ini memperlihatkan pola muka air pada dua matra secara jelas, dimana terbagi dalam jaring-jaring (volume tilik) sesuai pembagian sel tiap meter persegi. Karena pertimbangan teknis operasional model maka terdiri dari  $40 \times 40$  sel atau terdiri dari 1600 volume tilik yang akan memberikan nilai kedalaman air.

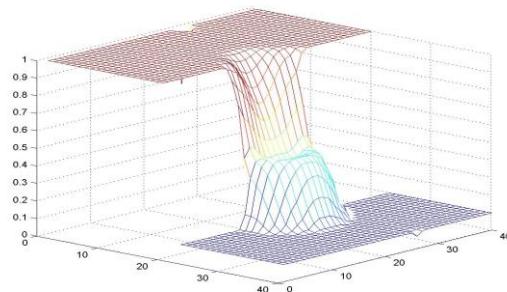
Kasus aliran bendung runtuh dua matra pada suatu kolam ini akan menggunakan konsep uji pertama pada pendekatan Riemann, dimana hasil perhitungan model muncul perambatan kejut yang cukup kuat terjadi pada sisi kanan dan perambatan mulus dengan kecepatan sonik (aliran kritis) pada sisi kiri. Peristiwa ini cukup penting dan menyiratkan bahwa nilai eigen  $\lambda_1 = u - a$  akan berubah dari nilai negatif ke nilai positif yang ditandai dengan arah gerak perambatan gelombang dari sisi kiri melalui daerah peralihan ( $x=0$ ) menuju ke sisi kanan, sehingga secara jelas perubahan ini akan membawa nilai eigen  $\lambda_1$  melalui nilai nol pada posisi pintu bendung atau pada posisi peralihan dimana  $x = 0$  pada posisi kontrol aliran pada pintu bendung.

Pada model simetri hilir berair akan ditinjau dan diamati pada waktu 2,3,4 dan 5 detik setelah pintu bendung dibuka secara mendadak. Pada kondisi pengamatan awal pada 2 detik setelah pintu bendung dibuka maka akan terjadi aliran mulus pada hulu bendung dan terjadi loncatan air walaupun kecil. Pada waktu pengamatan ini muka kejut akan terbentuk sejauh 10 meter dari pusat diskontinu dengan perambatan simetri kearah hilir. Kedalaman konstan pada hilir muka kejut merupakan tinggi genangan sebagai aliran dasar (*base flow*) yaitu 0,1 meter (lihat gambar 6.7a). Karena model simetris maka bentuk aliran mulus yang terjadi pada hulu pintu bendung juga terlihat simeteri memusat pada sentral lebar pintu bendung dan menimbulkan loncatan yang simetris pula pada hilir pintu bendung.

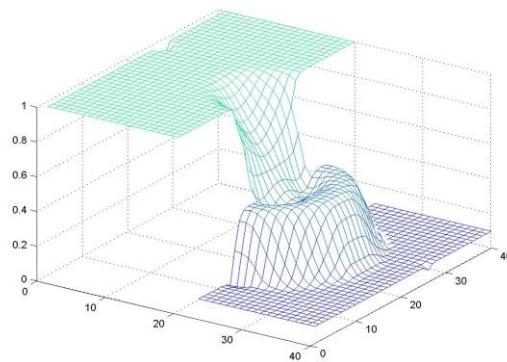
Pada kondisi pengamatan kedua yaitu pada waktu 3 detik setelah pintu bendung dibuka maka aliran mulus yang terbentuk lebih fluktuatif dari kondisi pertama dengan medan loncatan air terbentuk lebih luas dan lebih tinggi

dari kondisi pertama (lihat gambar 3). Penyebaran loncatan air dalam dua matra terlihat jelas pola rayapannya dalam hal ini terlihat berolak simeteri dan berlanjut membentuk aliran kejut dengan muka kejut pada jarak 15 meter dari sekat dinding pemisah.

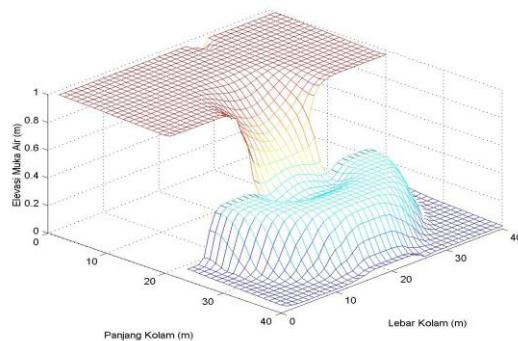
Dalam dua matra pola aliran mulus akan semakin meluas pada bidang hulunya , karena model bangunan dibuat simeteri maka medan perluasan aliran mulus berbentuk setengah lingkaran dan semakin lama maka medan tersebut semakin meluas , demikian juga medan loncatan air maka akan mempunyai pola yang menyebar secara radial namun dengan pola kedalaman loncatan tetap karena debit aliran kita pertahankan sebesar 1 meter/det. Untuk pola muka kejut akan terus bergerak meluas membentuk setengah lingkaran dengan bertambahnya waktu dan ini dapat diamati pada kaki-kaki kejut yang terbentuk terhadap permukaan konstan yang ada sebesar 0,1 sebagai aliran base flow sebagai genangan awal (lihat gambar 4).



Gambar 3 Model Bendung Runtuh Simetri Hilir Berair 2 dt



Gambar 4 Model Bendung Runtuh Simetri Hilir Berair 3 dt



Gambar 5 Model Bendung Runtuh  
Simetri Hilir Berair pada 4 dt

### Kesimpulan

Dari hasil uji numerik dan uji hipotetik pada bagian depan maka didapat suatu grafik dari representasi hitungan yang muncul berdasarkan analisis model baik pada hasil model satu matra ataupun dari hasil model dua matra. Beberapa kesimpulan hasil uji numerik dan hipotetik diatas maka dapat dituliskan sebagai berikut :

1. Gagasan Godunov pada azasnya adalah *mereduksi* masalah global menjadi masalah lokal (*reduction of global problem to a local one*), sangat berbeda dengan semua pendekatan penyelesaian masalah ketakmulusan dengan membangun (*construct*) bagan

penyelesaian global (menyeluruh) kemudian menerapkan kepada lokal. Jadi dalam penyelesaian jenis Godunov (*Godunov's type of solution*), soal lokal berupa RP dipecahkan dengan menggunakan apapun teknik yang tersedia generic RS (*Riemann Solver*). Kemudian RS lokal ini dirakit menjadi RS global dengan rotasi matrix. Adapun soal lokal yang dipecahkan lokal adalah perkiraan arus (*approximate flux*), yang menerobos antarmuka sel volume hingga.

2. Pada model bendung runtuh hilir berair maka akan muncul perambatan kejut cukup kuat yang akan terjadi pada sisi kanan dan perambatan mulus dengan kecepatan sonik (aliran kritis) pada sisi kiri. Peristiwa ini cukup penting dan menyiratkan bahwa nilai eigen  $\lambda_l = u - a$  akan berubah dari nilai negatif ke nilai positif yang ditandai dengan arah gerak perambatan gelombang dari sisi kiri melalui daerah peralihan ( $x=0$ ) menuju ke sisi kanan, sehingga secara jelas perubahan ini akan membawa nilai eigen  $\lambda_l$  melalui nilai nol pada posisi pintu bendung atau pada posisi peralihan dimana  $x = 0$  atau  $\lambda_l = u - a = 0$  yang dapat dituliskan  $u = a$ .